**Nom : NAIT MIHOUB Prénom : Ayoub Matricule : 191931047451 Groupe : 2**

**Partie 2 : La Machine de Turing**

**1/** Une Machine de Turing MT est un **objet mathématique**, mais que nous pouvons considérer comme une entité « mécanique » et qui est un modèle abstrait du fonctionnement des appareils mécaniques de calcul, tel un ordinateur.

La Machine de Turing est un autre modèle pour représenter les fonctions calculables.

**2/** La Machine de Turing est composée de :

* **Un Ruban** infini dans les deux directions et divisé en cellules de tailles égales où des symboles sont imprimés.
* **Une tête de lecture/écriture** **(L/E)**, qui à chaque instant examine une case et peut éventuellement y imprimer un symbole.

**3/**

**a)** F(x,y) = Pred°Pred°Plus(x,y)

= Pred°Plus(x,y) – 1

= (Plus(x,y) – 1) – 1

= ((x + y) – 1) – 1

= x + y – 2

q0 X \* Y qf X+Y-2 F(x , y) = x + y - 2

Soit la Machine de Turing MT\_F1 = (S,E,Inst) définie comme suit :

S = { 0 , | , \* }

E = {q0 , q1 , q2 , q3 , q4 , q5 , q6 , q7 , q8 , q9 , q10 , qf }

Inst = {

**1\** q0 | D q0 , **2\** q0 \* | q1

**3\** q1 | D q1 , **4\** q1 0 G q2 , **5\** q2 | 0 q3 , **6\** q3 0 G q4 , **7\** q4 | 0 q5 , **8\** q5 0 G q6 , **9\** q6 | 0 q7

**10\** q7 0 G q8 , **11\** q8 | 0 q9 , **12\** q9 0 G q10

**13\** q10 | G q10 , **14\** q10 0 D qf

}

**1 – 2**: Rechercher l’étoile qui separe entre les deux nombres x et y (parcourir toutes les barres de gauche vers la droite jusqu’à l’étoile \*) et la remplacer par une barre.

**3**: Parcourir le reste des barres de gauche vers la droite

**4 – 10**: Supprimer les quatres dérnières étoiles à droite

**11 – 14**: Revenir vers la barre la plus à gauche

**b)** G(x,y) = Pred°F(x,y)

= F(x,y) - 1

= (x + y – 2) - 1

= x + y – 3

Soit MT1 (S1, E1, Inst1) = MT\_F et MT2 (S2, E2, Inst2) = MT\_Pred, avec MT\_Pred = (S2, E2, Inst2) définie comme suit :

S2 = { 0 , | }

E= { q0 , q1 , q2 , qf }

Inst2 = { **1\** q0 | D q0 , **2\** q0 0 G q1 , **3\** q1 | 0 q1 , **4\** q1 0 G q2 , **5\** q2 | G q2 , **6\** q2 0 D qf }

On a : MT\_G = MT\_Pred ° MT\_F, donc :

S = S1 U S2 = { 0 , | , \* }

E = E1 U E`2 = { q0 , q1 , q2 , q3 , q4 , q5 , q6 , q7 , q8 , q9 , q10 , qf , q`0 , q`1 , q`2 , q`f }

Inst = Inst1 U Inst2 U { qf | | q`0 } = {

**1\** q0 | D q0 , **2\** q0 \* | q1

**3\** q1 | D q1 , **4\** q1 0 G q2 , **5\** q2 | 0 q3 , **6\** q3 0 G q4 , **7\** q4 | 0 q5 , **8\** q5 0 G q6 , **9\** q6 | 0 q7

**10\** q7 0 G q8 , **11\** q8 | 0 q9 , **12\** q9 0 G q10

**13\** q10 | G q10 , **14\** q10 0 D qf

**15\** qf | | q`0

**16\** q`0 | D q`0 , **17\** q`0 0 G q`1 ,**18\** q`1 | 0 q`1 , **19\** q`1 0 G q`2 , **20\** q`2 | G q`2 , **21\** q`2 0 D q`f

}

**4/** F = x,y. ƛ(x mod 2 , y mod 2)

q0 X \* Y qf Xmod2 \* Ymod2

Soit la Machine de Turing MT\_F = (S,E,Inst) définie comme suit :

S = { 0 , | , \* }

E = {q0 , q1 , q2 , q3 , q4 , q5 , q6 , q7 , q8 , q9 , q10 , q11 , q12 , q13 , q14 , qf }

Inst = {

**1\** q0 | 0 q1 , **2\** q1 0 D q1 , **3\** q1 | 0 q2 , **4\** q2 0 D q0

**5\** q1 \* G q3 , **6\** q3 0 | q6

**7\** q0 \* G q4 , **8\** q4 0 | q5 , **9\** q5 | G q6 , **10\** q6 0 | q6

**11\** q6 | D q6 , **12\** q6 \* D q7 , **13\** q7 | D q7 , **14\** q7 0 G q8

**15\** q8 | 0 q9 , **16\** q9 0 G q9 , **17\** q9 | 0 q10 , **18\** q10 0 G q8

**19\** q8 \* D q11 , **20\** q11 0 | q14

**21\** q9 \* D q12 , **22\** q12 0 | q12 , **23\** q12 | D q13 , **24\** q13 0 | q14

**25\** q14 | G q14 , **26\** q14 \* G q14 , **27\** q14 0 D qf

}

**1 – 4**: Supprimer deux barres à la fois de gauche vers droite jusqu’à arriver à l’étoile

**5 – 6** : Ajouter une barre à gauche de l’étoile dans le cas où X est pair

**7 – 10**: Ajouter deux barres à gauche de l’étoile dans le cas où X est Impair

**11 – 14**: Parcourir le reste des barres (Y) de gauche vers la droite

**15 – 18**: Supprimer des séries de deux barres à la fois de droite vers la gauche jusqu’à arriver à l’étoile

**19 – 20**: Ajouter une barre à droite de l’étoile dans le cas où Y est pair

**21 – 24**: Ajouter deux barres à droite de l’étoile dans le cas où Y est Impair

**25 – 27**: Revenir vers la barre la plus à gauche

**5/** Soit la Machine de Turing MT\_F = (S,E,Inst) définie comme suit :

S = { 0 , | , \* , + , - }

E = {q0 , q1 , q2 , q3 , q4 , q5 , q6 , q7 , q8 , q9 , q10 , q11 , q12 , q13 , q14 , q15 , q16 , q17 , q18 , q19 , q20 , q21 , q22 , q23 , qf }

Inst = {

**1\** q0 - D q1

**2\** q1 | D q1 , **3\** q1 \* D q1 , **4\** q1 - D q1 , **5\** q1 + D q1 , **6\** q1 0 G q2

**7\** q2 | 0 q2 , **8\** q2 0 G q2 , **9\** q2 + 0 q2 , **10\** q2 - 0 q2 , **11\** q2 \* 0 q3

**12\** q3 | G q3 , **13\** q3 | G q3 , **14\** q3 + G q3 , **15\** q3 - G q3 , **16\** q3 0 D qf

**17\** q0 + 0 q4 , **18\** q4 0 D q4 , **19\** q4 | + q23 , **20\** q23 + D q5

**21\** q5 \* G q6 , **22\** q6 0 | q6 , **23\** q6 | G q7 , **24\** q7 + | q8 , **25\** q7 | G q8 , **26\** q8 0 - q8 ,

**27\** q8 - D q9 , **28\** q9 | D q9 , **29\** q9 \* D q11

**30\** q5 | D q10 , **31\** q10 | D q10 , **32\** q10 \* D q11

**33\** q11 + D q11 , **34\** q11 - D q11 , **35\** q11 | D q11 , **36\** q11 \* D q12

**37\** q12 + D q12 , **38\** q12 - D q12 , **39\** q12 | D q12 , **40\** q12 0 G q13

**41\** q13 | 0 q14 , **42\** q14 0 G q15 , **43\** q15 | 0 q16 , **44\** q16 0 G q17

**45\** q13 + D q18 , **46\** q18 0 | q21

**47\** q14 - + q14 , **48\** q14 + D q19 , **49\** q19 0 | q19 , **50\** q19 | D q20 , **51\** q20 0 | q21

**52\** q22 | G q22 , **53\** q22 + G q22 , **54\** q22 - G q22 , **55\** q22 \* G q22 , **56\** q22 0 D qf

}

**1**: Le cas où X est negatif (<0)

**2 – 6**: Parcourir toutes les barres de gauche vers la droite

**7 – 11**: Supprimer les toutes barres après la troisieme étoile à gauche et l’étoile elle meme (supprimer Z)

**12 – 16**: Revenir vers la barre la plus à gauche

**17**: Le cas où X est positif (>=0)

**17 – 20**: Remplacer le signe plus (+) par un blanc et la prochaine barre à droite par un plus

**21 – 29**: Régler le problem dans le cas où X=0 (Rajouter une barre et un signe à gauche de la première étoile)

**30 – 32**: Parcourir le reste des barres de X pour arriver à la première étoile (quand X=/= 0)

**33 – 36**: Parcourir les barres (Y) de gauche vers la droite jusqu’à arriver à la deuxième étoile à droite

**37 – 40**: Parcourir les barres (Z) de gauche vers la droite jusqu’à arriver à la dernière barre à droite

**41 – 44**: Supprimer des séries de deux barres à la fois de droite vers la gauche jusqu’à arriver à l’étoile

**45 – 46**: Ajouter une barre à droite de l’étoile dans le cas où Z est pair (Zmod2 = 0)

**47 – 51**: Ajouter deux barres à droite de l’étoile dans le cas où Z est impair(Zmod2 = 1)

**52 – 56**: Revenir vers la barre la plus à gauche

**6/** Soit la Machine de Turing MT = (S,E,Inst) définie comme suit :

S = { 0 , | , \* }

E = {q0 , q1 , q2 , q3 , q4 , q5 , q6 , q7 , q8 , q9 , q10 , q11 , q12 , qf }

Inst = {

**1\** q0 | 0 q1

**2\** q1 0 D q2 , **3\** q2 | D q2 , **4\** q2 \* D q3 , **5\** q3 | D q4 , **6\** q4 | D q4 , **7\** q4 0 G q5

**8\** q5 | 0 q5

**9\** q5 0 G q6 , **10\** q6 | G q6 , **11\** q6 \* G q7 , **12\** q7 | G q8 , **13\** q8 | G q8 , **14\** q8 0 D q0

**15\** q3 0 G q9 , **16\** q9 \* | q10 , **17\** q10 | G q10 , **18\** q10 0 | qf

**19\** q7 0 | q11 , **20\** q11 \* | q12 , **21\** q12 | G qf

**}**

**1**: Supprimer la barre la plus à gauche (de X)

**2 – 7**: Parcourir de gauche vers la droite jusqu’à arriver à la dernière barre à droite

**8**: Supprimer la dernière barre à droite (de Y)

**9 – 14**: Parcourir de droite vers la gauche jusqu’à arriver à la dernière barre à gauche

**15 – 18**: Remplacer l’étoile par une barre, parcourir jusqu’à le blanc le plus à gauche et le remplacer par une barre aussi (dans le cas où X>Y)

**19 – 21**: Remplacer l’étoile et le blanc à gauche par des barres (dans le cas où X<=Y)

**7/** Soit la Machine de Turing MT = (S,E,Inst) définie comme suit :

S = { 0 , | , $ }

E = {q0 , q1 , q2 , q3 , q4 , q5 , q6 , qf }

Inst = {

**1\** q0 | $ q1

**2\** q1 $ D q2 , **3\** q2 | D q2 , **4\** q2 0 D q2

**5\** q2 $ | q3

**6\** q3 | G q3 , **7\** q3 0 G q3 , **8\** q3 $ D qf

**9\** q0 0 $ q4

**10\** q4 $ D q5 , **11\** q5 | D q5 , **12\** q5 0 D q5

**13\** q5 $ | q6

**14\** q6 | G q6 , **15\** q6 0 G q6 , **16\** q6 $ D qf

}

**1**: Le cas où q0 = |

**1**: Remplacer le premier bit (1) par un blanc ($)

**2 – 4**: Parcourir le code binaire de gauche vers la droite jusqu’à le dernier bit

**5**: Remplacer le premier blanc à droite par le bit supprimé (1)

**6 – 8**: Revenir vers le bit le plus à gauche

**9**: Le cas où q0 = 0

**9**: Remplacer le premier bit (0) par un blanc ($)

**10 – 12**: Parcourir le code binaire de gauche vers la droite jusqu’à le dernier bit

**13**: Remplacer le premier blanc à droite par le bit supprimé (0)

**14 – 16**: Revenir vers le bit le plus à gauche

**Exemple :**

